

# Ayudantía 6

Fabián Ramírez Díaz

## Problema 1

Considere:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2/5, & 0 \leq x \leq 1 \\ (-x^2 + 6x - 4)/5, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

1. Determine la función de densidad de  $X$ .

2. Calcule las probabilidades:

- $P(X \leq 2)$
- $P(1 < X \leq 2)$
- $P(X > \frac{1}{2})$

3. Calcule  $E[X]$

## Problema 2

Sea  $X$  una variable aleatoria tal que  $X \sim \text{Unif}(0, 1)$

1. Encuentre la función de distribución acumulada y la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria  $Y = X^2$
2. Encuentre la esperanza y la varianza de la variable aleatoria  $Y$

### Problema 3

1. Determine los valores de  $a$  y  $b$  para que la siguiente tabla represente una función de cuantía, si se sabe que su esperanza matemática es igual a  $1,8$ :

$x$	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X = x)$	0,2	$a$	$b$	0,3

2. Determine la función de distribución acumulada, esperanza matemática, varianza y desviación típica de la variable aleatoria definida por la siguiente función de densidad:

$x$	-2	0	2	4	6	8
$f(x)$	0,05	$A$	0,15	$A$	0,2	$2A$

## Problema 4

El tiempo total, medido en unidades de 100 horas, que un adolescente escucha su estéreo durante un año en una variable aleatoria, cuya modelación está dada por la siguiente función:

$$f_X(x) = \frac{1}{\lambda} e^{\left(\frac{\lambda}{1-k}\right)x} I_{[0, \infty[}(x) \quad \lambda > 0$$

1. Demuestre que  $f_X(x)$  es función de densidad de probabilidad sí y sólo si  $k = 1 + \lambda^2$ .
2. Considerando  $\lambda = 4$ , encuentre la probabilidad de que el tiempo total en horas, que un adolescente escucha su estéreo durante un año sea entre 3 y 8 unidades.