

# Guía 4 – Distribución Normal

Estandarización · Cálculo de Probabilidades · Percentiles

## Problema 1 – Tiempo de Espera en Urgencias

El tiempo de espera de los pacientes en una unidad de urgencias sigue una distribución normal con media de 45 minutos y desviación estándar de 8 minutos. Utilizando la distribución normal estándar, calcule:

- a) La probabilidad de que un paciente espere menos de 50 minutos.
- b) La probabilidad de que un paciente espere entre 40 y 55 minutos.

**Recuerde:** Si  $X \sim N(\mu, \sigma)$ , entonces  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$  y las probabilidades se obtienen de la tabla normal estándar:  
 $P(X < x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$ .

## Problema 2 – Presión Arterial Sistólica

La presión arterial sistólica de los pacientes adultos de un consultorio se distribuye normal con media 128 mmHg y desviación estándar 10 mmHg.

- a) Calcule la probabilidad de que un paciente tenga una presión inferior a 118 mmHg.
- b) Calcule la probabilidad de que un paciente supere los 148 mmHg.
- c) Calcule la probabilidad de que la presión esté entre 118 y 143 mmHg.

## Problema 3 – Colesterol Total y Percentiles

El nivel de colesterol total de una población de pacientes se distribuye normal con media 190 mg/dL y desviación estándar 20 mg/dL.

- a) Calcule la probabilidad de que un paciente supere los 215 mg/dL.
- b) Calcule la probabilidad de que el nivel esté entre 170 y 210 mg/dL.
- c) Determine el nivel de colesterol que separa al 10 % de pacientes con valores más altos (percentil 90).

**Recuerde:** Para percentiles se usa la transformación inversa:  $x = \mu + z_k \sigma$ , donde  $z_k$  es el valor de la tabla que acumula la probabilidad deseada (por ejemplo  $z_{0,90} \approx 1,28$ ).

**Respuestas**

**Problema 1. a)**  $Z = \frac{50-45}{8} = 0,625$ ;  $P(X < 50) = \Phi(0,625) \approx \mathbf{0,7340}$ . **b)**  $Z_1 = \frac{40-45}{8} = -0,625$ ;  $Z_2 = \frac{55-45}{8} = 1,25$ ;  $P(40 < X < 55) = \Phi(1,25) - \Phi(-0,625) = 0,8944 - 0,2660 \approx \mathbf{0,6284}$ .

**Problema 2. a)**  $Z = \frac{118-128}{10} = -1$ ;  $P(X < 118) = \Phi(-1) \approx \mathbf{0,1587}$ . **b)**  $Z = \frac{148-128}{10} = 2$ ;  $P(X > 148) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0,9772 = \mathbf{0,0228}$ . **c)**  $Z_1 = -1$ ;  $Z_2 = \frac{143-128}{10} = 1,5$ ;  $P = \Phi(1,5) - \Phi(-1) = 0,9332 - 0,1587 = \mathbf{0,7745}$ .

**Problema 3. a)**  $Z = \frac{215-190}{20} = 1,25$ ;  $P(X > 215) = 1 - 0,8944 = \mathbf{0,1056}$ . **b)**  $Z_1 = \frac{170-190}{20} = -1$ ;  $Z_2 = \frac{210-190}{20} = 1$ ;  $P = \Phi(1) - \Phi(-1) = 0,8413 - 0,1587 = \mathbf{0,6826}$ . **c)**  $P_{90} = 190 + 1,28 \cdot 20 \approx \mathbf{215,6}$  mg/dL: el 10 % con valores más altos supera los 215,6 mg/dL.

*Nota: pequeñas diferencias en el último decimal son aceptables según la tabla Z utilizada.*