

Guía 3 – Probabilidad Clásica y Condicional

Probabilidad Condicional · Probabilidad Total · Teorema de Bayes · Tablas de Contingencia

Problema 1 – Probabilidad Total y Bayes

Una clínica analizó la atención de pacientes durante la temporada de invierno. Los pacientes que ingresan a urgencias son derivados a dos áreas: el 58 % a **Pediatría** y el 42 % a **Neumología**. Del total atendido en Pediatría, un 18 % requiere hospitalización; en Neumología, un 63 % requiere hospitalización.

- Defina los sucesos involucrados y traduzca los datos a notación de probabilidad.
- Construya un árbol de probabilidades de la situación.
- Calcule la probabilidad de que un paciente requiera hospitalización.
- Si un paciente **no** fue hospitalizado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido atendido en Pediatría?

Recuerde: Probabilidad Total: $P(H) = \sum_i P(A_i) P(H | A_i)$. Bayes: $P(A_k | H) = \frac{P(A_k) P(H | A_k)}{P(H)}$.

Problema 2 – Test Diagnóstico y Probabilidades Conjuntas

Un hospital evaluó la efectividad de una prueba rápida para la detección temprana de diabetes tipo 2, obteniendo las siguientes **probabilidades conjuntas**:

	Diabetes	No diabetes	Total
Test positivo	0,16	0,09	0,25
Test negativo	0,04	0,71	0,75
Total	0,20	0,80	1,00

- Calcule la **sensibilidad** del test: $P(\text{Test+} | \text{Diabetes})$.
- Calcule la probabilidad de **falso negativo**: $P(\text{Test-} | \text{Diabetes})$.
- Calcule el **valor predictivo negativo**: $P(\text{No diabetes} | \text{Test-})$.

Problema 3 – Tabla de Contingencia

En un estudio sobre factores de riesgo cardiovascular se clasificó a 400 pacientes según hábito tabáquico e hipertensión:

	Hipertenso	No hipertenso	Total
Fumador	60	90	150
No fumador	40	210	250
Total	100	300	400

Se selecciona un paciente al azar. Calcule:

- La probabilidad de que sea fumador.
- La probabilidad de que sea hipertenso o fumador.
- La probabilidad de que sea hipertenso, **dado que** es fumador.
- ¿Son independientes los sucesos “ser fumador” y “ser hipertenso”? Justifique.

Recuerde: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$. A y B independientes $\iff P(A \cap B) = P(A) P(B)$.

Problema 4 – Probabilidad Total y Bayes con Tres Orígenes

Un centro de vacunación recibe dosis de tres laboratorios: el 50 % del **Laboratorio 1**, el 30 % del **Laboratorio 2** y el 20 % del **Laboratorio 3**. La proporción de dosis con fallas de empaque es del 2 % en L1, 3 % en L2 y 5 % en L3.

- Calcule la probabilidad de que una dosis elegida al azar presente falla de empaque.
- Si una dosis presenta falla, ¿cuál es la probabilidad de que provenga del Laboratorio 3?
- ¿De cuál laboratorio es más probable que provenga una dosis con falla? Justifique.

Respuestas

Problema 1. a) $P(Ped) = 0,58$; $P(Neu) = 0,42$; $P(H | Ped) = 0,18$; $P(H | Neu) = 0,63$, con H : requiere hospitalización. **b)** Árbol con ramas Ped (0,58) / Neu (0,42) y sub-ramas $H / \bar{H}$. **c)** $P(H) = (0,58)(0,18) + (0,42)(0,63) = 0,1044 + 0,2646 = 0,369$. **d)** $P(\bar{H}) = 0,631$; $P(Ped | \bar{H}) = \frac{(0,58)(0,82)}{0,631} \approx 0,7537$ (75,37 %).

Problema 2. a) Sensibilidad $= \frac{0,16}{0,20} = 0,80$. **b)** $P(FN) = \frac{0,04}{0,20} = 0,20$. **c)** $VPN = \frac{0,71}{0,75} \approx 0,9467$ (94,67 %).

Problema 3. a) $P(F) = \frac{150}{400} = 0,375$. **b)** $P(H \cup F) = 0,25 + 0,375 - 0,15 = 0,475$. **c)** $P(H | F) = \frac{60}{150} = 0,40$. **d)** No: $P(H) \cdot P(F) = 0,25 \cdot 0,375 = 0,09375 \neq P(H \cap F) = 0,15$. Además $P(H | F) = 0,40 \neq P(H) = 0,25$: fumar y ser hipertenso están asociados.

Problema 4. a) $P(D) = (0,5)(0,02) + (0,3)(0,03) + (0,2)(0,05) = 0,010 + 0,009 + 0,010 = 0,029$. **b)** $P(L_3 | D) = \frac{0,010}{0,029} \approx 0,3448$. **c)** $P(L_1 | D) \approx 0,3448$; $P(L_2 | D) \approx 0,3103$; $P(L_3 | D) \approx 0,3448$. Los laboratorios 1 y 3 empatan como origen más probable (34,48 % cada uno), pese a que L3 tiene mayor tasa de falla, porque L1 aporta muchas más dosis.